ONE HUNDRED PROBLEMS – EASTER EDITION

Istruzioni generali:

- Se un problema non ha soluzione, o è impossibile, dai come risposta 0000.
- Se un problema ha infinite soluzioni, dai come risposta 9999.
- Se il risultato è maggiore di 9999, dai come risposta le ultime 4 cifre.
- Se un risultato non è intero, si dia come risposta la parte intera, arrotondata per difetto (es. 75,84 -> 0075)
- Divertiti, e passa una Buona Pasqua. Ci vediamo a Cesenatico! ☺

NOTA: Questa gara è stata realizzata esclusivamente a scopo di divertimento, senza scopi di lucro o altro, i quesiti sono stati proposti per il 95% dai volontari che hanno collaborato in questa iniziativa.
Nonostante i quesiti siano stati testati più volte, *Errare humanum est,* la soluzione di qualche quesito potrebbe essere sbagliata.
Se ci rendiamo conto dal tabellone che una risposta è sbagliata più di qualche volta, verrà tempestivamente corretta.

A cura di:
Matteo Salicandro – IISS Majorana di Brindisi
Massimiliano Foschi – Liceo Scientifico Galilei di Civitavecchia
Tommaso Dossi – Liceo Scientifico Volta di Milano

Orari importanti

Start:	20/04/2019 Ore 15.00
Scadenza Jolly:	20/04/2019 Ore 00.00 (a 540 minuti dall'inizio della gara)
Termine Incremento Punteggi:	22/04/2019 Ore 02.40

Istruzioni per l'utilizzo del Software:
Il funzionamento è quasi analogo al celeberrimo sito phiquadro.it .
Ma bisogna precisare alcune cose:
1) Non è possibile correggere una risposta inserita (ciò fu deciso affinché tutti fossero leali);
2) Se si sceglie come jolly un problema già risolto, **NON** verrà conteggiato. Scegliete bene! Non sarà possibile correggere.

A inizio gara, accedi alla tua area riservata. Nella sezione Le Tue Squadre visualizzerai:
Collegamento al Testo della Gara in formato pdf
Pannello di Inserimento Risposte
Pannello di Inserimento Jolly

Bonus Punteggi:
Prima Risposta Giusta - 100 punti
Seconda Risposta Giusta - 50 punti
Terza Risposta Giusta - 20 punti

BUON LAVORO!

1. Quanti sono gli anagrammi di **TAVOLO**?

2. Quanti elementi contiene l'insieme $\{-2019, -2018, \dots, 0, 1, 2, \dots, 2019\}$?

3. Due numeri interi positivi m, n sono tali che $m + n = 32$, mentre $m - n = 24$. Quanto vale il prodotto mn ?

4. Nel paese di Matelandia, ci sono i saldi sui libri di combinatoria. Ho pagato esattamente €24,00 un libro scontato del 20%. Quanto sarebbe costato il libro se non fosse stato scontato?

5. Quanti sono i divisori di 128?

6. Quanti sono gli anagrammi di **MAMMA**?

7. Qual è la cifra delle unità di $2018!$?

8. Quanto vale MCD$(111,\ 2701)$?

9. Calcolare il valore di $4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + 4^6$

10. Se un n-agono regolare ha ciascun angolo interno di misura $140°$, quanto vale n ?

11. Matteo non va molto bene in storia e attualmente ha avuto tre voti. Ha preso un 8, un 5, e di recente, visto che era impreparato, ha avuto 2.
Che voto deve prendere, ora, come minimo, per avere la media sufficiente (maggiore o uguale a 6)?

12. Una piramide retta ha 36 vertici. Quanti spigoli ha?

13. La lotteria del paese *Vincotuttoio* vende ogni giorno 240 biglietti.
I premi in palio sono: un libro di combinatoria, un libro di geometria, un libro di algebra, e un libro di Teoria dei Numeri.
Se un biglietto è vincente, ha diritto ad un solo premio, quindi i biglietti vincenti sono in totale 4.
La lotteria di questo paese ha avuto un successo così elevato che si è deciso di mettere in palio anche un libro di Logica, e un libro che spiega l'arte della **FORZA BRUTA**.
Gli organizzatori vogliono, però, che la probabilità di vincere un premio tra quelli in palio comprando un solo biglietto, resti sempre la stessa.
Quanti biglietti dovranno essere stampati, ora, in totale, affinché ciò accada?

14. Quanto vale la somma di tutti i numeri minori o uguali a 100 che hanno un numero dispari di divisori positivi?

15. Quanti sono i numeri di 4 cifre tali che il prodotto delle loro cifre valga 3003?

16. Nel triangolo ABC, sia AM la mediana relativa alla base BC. Sapendo che $AM \perp BC$ e che $ABC = 70°$, calcolare la misura dell'angolo BAC.

17. Andrea ha partecipato ai Giochi di Archimede. La prova consiste nella risoluzione di 20 problemi a risposta multipla.
Ogni risposta giusta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, mentre ogni problema senza risposta vale un punto.
Se Andrea ha totalizzato 67 punti, qual è il minimo numero di risposte giuste date da Andrea?

18. Il perimetro di un rettangolo vale 100 cm. Quanto vale al massimo la sua area, in cm^2 ?

19. Trovare il più piccolo intero positivo k maggiore di 1000 che sia il prodotto di tre primi distinti: p_1, p_2, p_3. Dai come risposta $k + p_1 + p_2 + p_3$.

20. Trovare il più piccolo intero positivo x tale che $\lfloor \sqrt[x]{2019} \rfloor = 1$

21. Due numeri a, b eventualmente complessi sono tali che $a + b = 32$ e $ab = 168$. Quanto vale $a^2 + b^2$?

22. Analogamente al problema 21, quanto vale $a^3 + b^3$?

23. Si consideri l'insieme $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 2017, 2018\}$. Determinare la probabilità che, scelti a caso 3 elementi distinti $a, b, c \in A$, il prodotto abc sia dispari.
Dopo aver espresso la probabilità nella forma $p = \frac{a}{b}$ con $MCD(a, b) = 1$, calcolare $a + b$.

24. In un quadrato di area 200 si inscrive un quadrato che ha come vertici i punti medi dei lati del quadrato di partenza. Quanto vale l'area del quadrato piccolo?

25. Un prisma retto che ha come basi due n-agoni regolari ha 39 spigoli. Quanti vertici ha?

26. Nel triangolo acutangolo scaleno ABC si tracciano le altezze AP, BQ, CR che concorrono nel punto H.
Quanti quadrilateri ciclici vedi (che hanno come vertici esattamente quattro tra A, B, C, P, Q, R, H) ?

27. Se $3^a + 3^b + 3^c + 3^d = 414$ per opportuni interi positivi a, b, c, d (non necessariamente distinti, ma possono esserci al più due numeri ripetuti), quanto vale $a + b + c + d$?

28. In una sequenza di numeri si ha che la differenza tra due termini consecutivi è sempre costante.
Si ha $a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 11\ldots$ e così via. Quanto vale a_{2019} ?

29. Nel triangolo ABC siano M, N i punti medi dei lati AB e AC rispettivamente. Trovare il rapporto tra l'area del triangolo AMN e l'area del triangolo ABC, moltiplicato per 1000.

30. Per ogni intero positivo k, chiamiamo $U(k)$ la cifra delle unità di k^{2019}. Ad esempio $U(2) = 8$ in quanto 2^{2019} finisce con la cifra 8. Calcolare:

$$U(1) + U(2) + \cdots + U(10)$$

31. In un gruppo di amici, ci sono 12 ragazze e 15 ragazzi. Decidono di andare a fare una passeggiata formando un gruppetto che sia composto da 2 ragazze e 2 ragazzi. In quanti modi diversi può essere formato questo gruppo?

32. Analogamente alla situazione esposta nel problema 31, determinare la probabilità che, formando un gruppo a caso di 4 persone, esso sia composto da 3 ragazze e 1 ragazzo.
Dai come risposta la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

33. Sia $p(x)$ un polinomio di grado 2019. Quanto vale il grado del polinomio $p(x)^2 - x^{2019}$?

34. Sono dati due interi positivi a, b tali che $a + b = 100$. Quanto vale al massimo il prodotto ab?

35. In occasione di Cesenatico 2019, verrà probabilmente organizzata una Gara Alcolica, che consiste nella risoluzione di problemi matematici. Per ospitare i partecipanti, verranno create due sessioni: la sessione sobria (per gli astemi) e la sessione alcolica (per i bevitori).
Ciascun partecipante si iscrive alla sessione sobria, alla sessione alcolica, oppure a entrambe (per barare nella sobria e fare un figurone nella sessione alcolica, o viceversa).
I partecipanti alla gara sono 163.
Sapendo che 52 iscrizioni sono pervenute nella sessione sobria e 74 nella sessione alcolica, quanti sono i giocatori che barano (che prendono parte a entrambe le sessioni)?

36. Determinare il valore di:

$$\left(1+\frac{1}{1}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\dots\left(1+\frac{1}{2018}\right)\left(1+\frac{1}{2019}\right)$$

37. Calcolare il valore di $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+\cdots+20^2$

38. Nel trapezio rettangolo $ABCD$ gli angoli in A e in D sono retti. Inoltre si ha $AD = AB = 3\,cm$, e $CD = 6\,cm$. Sia E un punto su CD tale che BE sia perpendicolare a CD. Calcolare l'area del triangolo BEC, in mm^2.

39. Per ogni intero positivo n, sia $P(n)$ il prodotto dei divisori positivi di n. Per quanti interi positivi n, con $1 \leq n \leq 20$ si ha che $P\Big(P\big(P(n)\big)\Big)=n$?

40. Con quante cifre 1 si scrive 2019 in binario?

41. Nel quadrilatero convesso $ABCD$ sia P il punto di incontro delle diagonali AC e BD. Detta $[x]$ l'area del triangolo x, sappiamo che $[ABP]=36$, $[DPC]=8$. Sapendo che l'area del triangolo APD è la metà dell'area del triangolo BPC, determinare l'area di APD.

42. La somma di due numeri positivi è uguale a 5 volte la loro differenza. Calcolare il rapporto tra il numero maggiore e il numero minore moltiplicato per 1000.

43. Trovare la somma dei quadrati delle radici del polinomio $p(x)=x^3-45x^2+3x-180$

44. Un poligono regolare ha 54 diagonali. Quanti lati ha?

45. Quante sono le funzioni $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tali che $f(x)f(y)=f(xy)$?

46. Nel triangolo ABC si ha $AB=7, BC=8, CA=9$. Sia D il punto di incontro della bisettrice dell'angolo BAC con il lato BC. Detta $[x]$ l'area del triangolo x, calcolare $1000\frac{[BAD]}{[DAC]}$

47. Su un treno viaggiano 100 persone.
Se il biglietto per gli adulti costa €3,00 e il biglietto dei bambini costa €2,00, sapendo che sono stati venduti €227,00 di biglietti, determinare quanti sono i bambini a bordo del treno.

48. Sia $ABCD$ un rettangolo con $AB=CD=40\,m$ e $BC=DA=30\,m$. Sia M il punto medio di AB. Sia P un punto sulla retta CD tale che MP sia perpendicolare alla diagonale AC. Quanto misura PD in metri?

49. Determinare quante sono le coppie di interi positivi (x,y) che soddisfano $2^x+1=y^2$.

50. Determinare la cifra delle unità di $1^{2019}+2^{2019}+3^{2019}+\cdots+2019^{2019}$

51. Stabilire con quanti zeri termina 100^{2019}.

52. Diciamo che un polinomio $p(x)$ è bello se:

- Il grado di $p(x)$ è minore o uguale a 11;
- Tutti i coefficienti sono uguali a 1;
- $p(1)=5$, $p(-1)=1$
- $p(2)>2019$

Quanti sono i polinomi belli?

53. Trovare il più piccolo intero positivo la cui somma dei divisori sia 2018. (Se si ritiene che non esista, si dia come risposta 0).

54. Qual è il più piccolo intero positivo divisibile per 13 la cui somma delle cifre è uguale a 13?

55. Trovare il più grande intero positivo k tale che $\frac{k+2019}{k-2019}$ sia intero.

56. In quanti modi diversi si può scrivere 10 come somma di addendi “1” o “2”?
(Due modi vanno considerati diversi se composti dagli stessi addendi ma in ordine differente).

57. Qual è il più piccolo valore intero positivo di λ tale che l'equazione $x^2 - \lambda x + \lambda$ abbia esattamente due soluzioni reali distinte?

58. Sul pianeta *Icosaedro* ogni anno è composto da 20 giorni, e ogni 4 anni c'è un anno particolare che è composto da 21 giorni.
Nell'anno 0, il pianeta è nato.
Quanti giorni è lungo il periodo di tempo che va dal giorno di fondazione del pianeta alla fine del suo centesimo anno sapendo che l'anno 0 è un anno di 21 giorni?
[Un anno particolare si ripete ogni 4 anni: sarà così nell'anno 0, nell'anno 4, nell'anno 8…]

59. Sul piano sono segnati 20 punti, a tre a tre non allineati. Quante sono le rette che passano per due di questi punti?

60. Sia $p(x)$ un polinomio monico di secondo grado a coefficienti interi avente due radici intere tale che $p(1) = 2017$. Si determini il valore massimo che può assumere $p(0)$.

61. Sia ABC un triangolo di altezze AD, BE, CF. È noto che $\widehat{ABC} = 50°$, $\widehat{BCA} = 60°, \widehat{BAC} = 70°$,
Determinare il valore di:

$$70 * \left[\frac{\widehat{EFD}}{\widehat{BCA}} + \frac{\widehat{FED}}{\widehat{ABC}} + \frac{\widehat{FDE}}{\widehat{BAC}}\right]$$

62. Marco fa il seguente gioco: un'urna contiene 100 biglietti numerati da 1 a 100. Marco estrae contemporaneamente dall'urna due numeri, siano tali numeri a, b.
Fatto ciò, egli calcola la cifra delle unità di $2^a + 2^b$. Se gli esce 4, ha vinto.
Qual è la probabilità percentuale che Marco ha di vincere?

63. Determinare il resto della divisione tra 2021^{2019} e 2019.

64. Determinare il resto della divisione tra 2020^{2018} e 2018.

65. Sia $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$. Il valore di $\prod_{k=2}^{50} f(k)$ può essere espresso con una frazione del tipo $\frac{p}{q}$, con p, q interi positivi e coprimi. Si determini il valore di $p + q$.

66. Alberto e Barbara fanno il seguente gioco:
Partono da una pila di n monete, e a turno possono eseguire una delle seguenti mosse:
i) Prelevare una moneta;
ii) Prelevare due monete.
Il gioco termina quando non ci sono più monete.
Si sa che n è scelto in una lista di interi positivi compresi tra 1 e 2019.
Barbara estrae n, successivamente il gioco comincia.
Se comincia Alberto, determinare la probabilità (in percentuale) che egli ha di vincere, supponendo che sia Alberto che Barbara utilizzino la migliore strategia vincente.

67. Determinare quanti sono i polinomi $p(x)$ a coefficienti interi, di grado al massimo 6, tali che:

$$p(1) = 2017$$
$$p(2) = 2018$$
$$p(3) = 2020$$

68. Diciamo che k è il più piccolo intero positivo esprimibile come prodotto di 50 interi, tutti diversi tra loro. Con quanti zeri termina k ?

69. Tizio gioca su un pavimento quadrato composto da 9801 mattonelle, sistemate su una griglia 99x99.
All'inizio Tizio posiziona il suo piccolo robot sulla casella d'angolo in basso a sinistra nella scacchiera, e seleziona una casella del pavimento dalla quale non può transitare. Non possono essere selezionate la casella di partenza e la casella di arrivo.
Il robot è programmato in modo tale che parta da questa casella e raggiunga la casella opposta, all'angolo in alto a destra, e poi ritorni indietro, passando per tutte le caselle (muovendosi esclusivamente tra caselle che hanno un lato in comune); ma se il robot transita su una casella dalla quale è già passato all'andata (esclusa ovviamente la casella di partenza), allora il robot esplode, e Tizio piange.
Quante sono le caselle che Tizio può selezionare perché il gioco vada a buon fine, senza far esplodere il robot?

70. Nel triangolo isoscele ABC, i lati uscenti da B sono congruenti e l'angolo al vertice è il doppio degli angoli alla base.

Quanto vale $1000 * \frac{AC^2}{AB^2}$?

71. Sia $p(x) = x^3 - 2x + 1$. Trovare la più piccola costante K intera positiva tale che, dette λ_1, λ_2, λ_3 le sue radici, si ha $\lambda_1^K + \lambda_2^K + \lambda_3^K \geq 100$.

72. Si determini il più piccolo intero positivo che non divide $2019!$.

73. Esternamente al triangolo ABC, con $AB = 13, BC = 14, CA = 15$, si costruiscano dei quadrati su ciascuno dei tre lati.
Si unisca ora la figura in modo da ottenere un esagono. Si determini l'area dell'esagono ottenuto.

74. Per ogni coppia di interi positivi m, n, si definisca $R_m(n)$ il resto della divisione tra n e m. Si determini il valore della seguente somma:

$$R_{2019}(1) + R_{2019}(2) + R_{2019}(3) + \cdots + R_{2019}(2019^{2019})$$

75. Sia $p(x)$ un polinomio monico di secondo grado avente come radici α, β tali che $\alpha^2 + \beta^2 = \alpha + \beta = 2019$. Si determinino le ultime 4 cifre di $p(2)$.

76. Abbiamo a disposizione 4 colori per colorare le facce di un tetraedro regolare, facendo in modo di utilizzarli tutti. In quanti modi si può fare?
(Configurazioni ottenibili mediante rotazione sono considerate identiche).

77. Come il problema 76, ma con 6 colori e un cubo.

78. Trovare il più piccolo intero positivo che sia uguale al prodotto tra la somma e il prodotto delle sue cifre.

79. In quanti modi diversi si possono disporre in fila due biglie numerate rispettivamente con i numeri $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ facendo in modo che, presi quattro numeri consecutivi (nella disposizione) qualsiasi, la loro somma sia divisibile per 3?

80. La quaterna $(510, 511, 512, 513)$ ha la proprietà che ciascun numero che la compone è divisibile per la somma delle sue cifre, inoltre i quattro numeri sono consecutivi. Determinare la somma dei numeri costituenti la quaterna che viene subito dopo $(510,511,512,513)$ che rispetti ovviamente le proprietà sopra indicate.

81. Massimiliano si trova al piano terra della sua casa, composta dal piano terra e il primo piano, questi ultimi separati da una scala a 15 gradini.
Quando sale le scale, ogni volta, egli può decidere se salire un gradino, due gradini o tre gradini.
In quanti modi diversi Massimiliano può salire le scale?

82. Si consideri un cubo, il solido ottenuto congiungendo i centri delle facce e la sfera ad esso circoscritta. Detto R il rapporto tra il volume del cubo e il volume della sfera, si dia come risposta πR.

83. Si hanno 2019 dadi dodecaedrici non truccati. Su ciascuno dei dadi sono scritti su ogni faccia tutti i numeri interi da 1 a 12, senza ripetizioni.
Determinare la probabilità che, lanciandoli insieme, la somma dei numeri usciti dia come risultato un numero pari.
Dopo aver espresso la probabilità nella forma $\frac{p}{q}$, con p, q coprimi, determinare $p + q$.

84. Si hanno 2019 solidi a 5 facce identici, non truccati. Su ciascuno dei solidi, sono scritti i numeri interi da 1 a 5, senza ripetizioni.
Determinare la probabilità che lanciandoli insieme, la somma dei numeri usciti dia come risultato un numero dispari.
Dopo aver espresso la probabilità nella forma $\frac{p}{q}$, con p, q coprimi, determinare $p + q$.

85. Nel triangolo ABC sappiamo che $AB = AC$. Inoltre $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{15}{17}$.
Si costruiscono, esternamente al triangolo, i quadrati $ABDE$ e $ACFG$.
L'area del poligono $BDEFGC$ vale 84.
Si prendano ora sei punti su AC $(P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6)$ che dividono il lato AC in sette parti, con $AP_6 < CP_6$ (quest'ultima ipotesi è specificata per rendere comprensibile la posizione dei punti).
Dopo aver espresso $\cos^2(\widehat{CBP_2})$ nella forma $\frac{p}{q}$, con p, q coprimi, si determini il valore di $p + q$.

86. Sia $ABCD$ un quadrilatero convesso ciclico, e determiniamo con I_1, I_2, I_3, I_4 gli incentri dei triangoli ABC, BCD, ACD, ABD rispettivamente. Sapendo inoltre che, gli angoli $\widehat{DAB}, \widehat{ABC}, \widehat{BCD}, \widehat{ADC}$ hanno misura rispettivamente: $72°, 144°, 108°, 36°$, determinare la misura, in gradi, dell'angolo $\widehat{I_1 I_2 I_3}$.

87. Dato il polinomio $p(x) = (x^2 + x + 1)^{2019}$, sviluppandolo e sommando i termini simili si ottiene una scrittura del tipo $p(x) = a_{4038}x^{4038} + a_{4037}x^{4037} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Si determinino le ultime 4 cifre di a_4.

88. Sia $k = 201920192019 \ldots 2019$, ottenuto concatenando esattamente 2019 la scrittura decimale di 2019. Si determini il resto della divisione tra k e 101.

89. Si determini il numero di terne di interi naturali che verificano l'equazione

$$11x + 13y + 17z = 2019$$

90. Siano α, β due numeri reali. Essi sono radici del polinomio $p(x) = x^3 + px + q$ mentre $\alpha + 4$ e $\beta - 3$ sono radici del polinomio $m(x) = p(x) + 240$.
q può assumere due valori diversi, chiamati q_1, q_2, con $q_1 > q_2$. Determinare $q_1 - q_2$.

91. Nel triangolo ABC, si ha $AB = 10$. Inoltre l'angolo $\widehat{BCA}$ misura $45°$, e l'angolo $\widehat{BAC}$ misura $30°$.

Si prendano tre punti sulla retta BC, detti D, E, F, tali che $AD \perp BC$, $\widehat{CAE} = \widehat{BAE}$, $BF = CF$.
Sia N il punto medio di DF, e sia P un punto su AE tale che $PN \perp BC$.
L'area del quadrato costruito su AP misura $\frac{p}{q}$, con p, q coprimi. Si determini il valore di $p + q$.

92. Si consideri un n-agono regolare. La probabilità che, scegliendo un insieme di tre punti distinti su tale poligono essi vadano a formare un triangolo ottusangolo vale $\frac{93}{125}$.
Determinare il massimo valore possibile per n.

93. Qual è il più piccolo primo maggiore di 2 che divide $2019^{10} + 1$?

94. Un anagramma della parola **ABCDEFGHIL** è detto buono se si può scomporre in due sottoparole, entrambe delle quali sono in ordine alfabetico, ad esempio **ADEFLBCGHI** è buono, poiché **ADEFL** e **BCGHI** sono in ordine alfabetico. Quanti sono gli anagrammi buoni della parola?

95. Sia $p(x) = x^{25438} + x^{12341} + x^{234} + x^{121} + x^{67}$ e $q(x) = x^3 - x^2 + x - 1$. Detto $R(x)$ il polinomio che si ottiene come resto nella divisione tra i due polinomi, si determini $R(2019)$.

96. Sia $P = \prod_{K=1}^{1000}(K^4 - K^2 + 1)$. Che resto si ottiene dividendo P per 1001?

97. Sia ABC un triangolo inscritto in una circonferenza ω. Si prendono due punti P, Q su AB tali che $AP < AQ$. Le rette CP e CQ intersecano nuovamente ω in S e T, rispettivamente.
Sapendo che $AP = 4, \quad BQ = 6, \quad PQ = 3, \; AS = 7, \quad BT = 5$, calcolare ST.
Esprimere il risultato nella forma $\frac{p}{q}$, con p, q coprimi. Dire quanto vale $p - q$.

98. È data una tabella 65x65. Alcune caselle sono colorate in modo che, partendo da una casella colorata e andando in orizzontale o verticale passando solo su caselle colorate e senza tornare sui propri passi non si possa ritornare alla casella di partenza.
Quante sono al massimo le caselle colorate?

99. Sia k un intero positivo maggiore di 1000.
Per ogni k minore o uguale a 2019 diciamo che:
S_k è l'insieme di tutti i numeri compresi tra 1 e k, per esempio, per $k = 1002$, si ha:

$$S_k = \{1,2,3,4,5,6,7, \dots ,999,1000,1001,1002\}.$$

Diciamo inoltre che M_k è la media aritmetica dei valori minimi di tutti i sottoinsiemi di 1000 elementi di S_k.
Dopo aver calcolato il valore di $M_{1001} + M_{1002} + M_{1003} + \cdots + M_{2018} + M_{2019}$, si dia come risposta la sua parte intera.

NON GIRARE QUESTA PAGINA!
IL TUO CERVELLO POTREBBE RISENTIRNE.

Ti avevo avvisato…

100. Sia ABC un triangolo di circocentro O e incentro I. Sia Γ la sua circonferenza circoscritta. Si sa che $AB = 7, BC = 8, AC = 9$.
Sia M il punto medio dell'arco maggiore $\widehat{BAC}$ di Γ, e si determini con D l'intersezione di Γ con la circonferenza circoscritta al triangolo IMO diversa da M.
Sia E la riflessione di D oltre la linea OI. Dire quanto vale $1000 * \frac{BE}{CE}$